

FAMILIARIDAD DEL CONTEXTO EN LA REPRESENTACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

Pilar Johnson
Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt
pilar.johnson@uach.cl
Felipe Almuna
Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt
felipe.almuna@uach.cl

Resumen

El objetivo de este trabajo es analizar —desde el punto de vista de la familiaridad de contextos reales— como algunos contextos pueden ser utilizados por algunos estudiantes de ingeniería en la representación y comprobación en aula de modelos matemáticos de primer orden en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO). Específicamente, esta asignatura contempló una experiencia en aula donde los estudiantes comprobaron la resolución de una EDO de primer orden con su representación experimental. Resultados evidenciaron como la familiaridad de un contexto real, resultó ser una característica importante para la representación del problema de modelamiento de primer orden escogido. Los resultados de este trabajo resaltan la importancia de integrar problemas en contexto real en la indagación de soluciones a problemas en contexto real —mediante modelos matemáticos— donde lo anterior es uno de los principios fundamentales de las disciplinas STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics).

Palabras claves: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden, Contexto Real, Familiaridad del Contexto de los Estudiantes

Abstract

The aim of this work is to analyse —from the familiarity of real-world contexts— how some contexts can be used by some undergraduate engineering students, in the verification of a first-order mathematical model in the subject of Ordinary Differential Equations (ODE). Specifically, this subject contemplated a classroom experience where students compared the solution of a first-order ODE with an experimental real-world model of it. Results indicated that the students' familiarity of a real-world context was a fundamental characteristic at the moment students chose a real-world model to represent the solution of a first-order ODE. Added to this, our analysis of the results highlighted the importance of integrating familiar real-world contexts for students to model a first-order ODE. The latter is one of the fundamental principles of STEM disciplines (Science, Technology, Engineering and Mathematics).

Keywords: First- order Ordinary Differential Equations, Real-World Context, Students' Context Familiarity

1. INTRODUCCIÓN

A partir de la década de los ochenta, los avances en teorías de la cognición han llevado a investigadores a captar aspectos significativos del aprendizaje de los estudiantes (Lane, 2004). Haciendo eco de estos desarrollos, la investigación existente en Educación Matemática ha intentado determinar qué tan bien los estudiantes pueden aplicar sus conocimientos y capacidades matemáticas para resolver problemas en contexto (Niss, Blum, & Galbraith, 2007). La incorporación del contexto en problemas matemáticos ha sido altamente recomendada por los documentos curriculares y planes de estudio en Matemáticas en el mundo (e.g. Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority, 2009; Department for Education UK, 2013; Ministry of Education Singapore, 2006; National Council of Teachers de Matemáticas, 2011). Los problemas en contexto son particularmente relevantes en algunas mediciones escolares internacionales (e.g. NAEP¹, NAPLAN² y PISA³). Estas mediciones buscan que los estudiantes usen conceptos y procedimientos matemáticos y para resolver problemas del mundo real.

Sin embargo, el uso de problemas en contexto da cuenta de disímiles resultados de investigación. Por un lado, estudios en el campo de la cognición revelan en general que los problemas en contexto deberían facilitar el desempeño de los estudiantes, ya que, en general: (i) permiten que los estudiantes sean estimulados mentalmente, mejorando la accesibilidad y su motivación en la resolución de los problemas (Glenberg, Gutierrez, Levin, Japuntich, & Kaschak, 2004), (ii) reducen la carga cognitiva asociada a los

¹ *National Assessment of Educational Progress* es una medición continua en los EE. UU. Se relaciona con lo que los estudiantes estadounidenses saben y pueden hacer en materias fundamentales de su currículum (entre ellas Matemática). Para obtener información sobre esta medición, consulte www.naep.org

² *National Assessment Program Literacy and Numeracy* es una medición que se aplica a nivel nacional en Australia a los estudiantes de tercero, quinto y séptimo básico, así como también a estudiantes de primero medio (equivalencia chilena). Para obtener información sobre esta medición, consulte www.naplan.edu.au

³ *Program for the International Student Assessment*. Para obtener información sobre esta medición, consulte www.pisa.oecd.org

problemas en contexto (Clark & Nguyen, 2011), y (iii) mejoran, en algunos casos, la accesibilidad de los problemas al recordar estrategias previas de solución (Kotovsky, Hayes, & Simon 1985). Además, la evidencia anecdotal en la sala de clases de la asignatura de Matemática sugiere que la incorporación de problemas en el contexto beneficia aspectos no cognitivos de los estudiantes, tales como la motivación, la confianza, el compromiso y el interés de los estudiantes en la resolución de un problema. Por otro lado, algunos resultados de investigación revelan que: (i) algunos estudiantes se muestren reacios a considerar el contexto en la resolución de problema (Almuna, 2010; Busse, 2005; van den Heuvel-Panhuizen, 2005), y (ii) la interpretación del contexto de un problema no es evidente para algunos estudiantes (Boaler, 1994), ni se distribuye de manera consistente entre ellos (Busse, 2005; Helme, 1994). Lo anterior destaca cómo el contexto del problema puede influir en la resolución de un problema matemático. Por tanto, el objetivo de este trabajo es analizar —desde el punto de vista de la familiaridad del contexto (referida luego como *contexto propio familiar*)— como diferentes contextos pueden ser utilizados por estudiantes de Ingeniería Civil Industrial en la representación y comprobación en aula de modelos matemáticos de primer orden en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Así la siguiente sección proporciona una breve revisión de literatura sobre definiciones relacionadas a este estudio y los efectos de la familiaridad del contexto en los estudiantes.

2. (BREVE) REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 Definiciones de constructos asociados a este trabajo

En la búsqueda de definiciones para contexto de un problema matemático, se pueden encontrar distintas definiciones en la literatura. Sin embargo, estas definiciones

responden a dos categorías diferentes asociadas a la palabra contexto en la literatura en Educación Matemática. Una de ellas se relaciona con el entorno social y físico en el que se manifiesta un problema (e.g. la sala de clases, el aprendizaje de la Matemática. Véase, por ejemplo, Lave, 1988; Saljö & Wyndhamn, 1993). No obstante, nuestro interés se relaciona con la categoría en la cual el contexto de un problema matemático se relaciona con el mundo real. Sin embargo, cuando se hace referencia a esta categoría de contexto, similarmente se encuentran distintos términos y significados para este constructo en la literatura. Términos como *historia encubierta*⁴ (Chapman, 2006; Chipman, Marshall, & Scott, 1991), *contenido temático*⁵ (Pollard & Evans, 1987; Ross et al., 1986), *situación*⁶ (OCDE, 2013) y *entorno*⁷ (Lave, 1988) se utilizan como nombres alternativos en la literatura en Educación Matemática. No obstante, estos términos fueron altamente influenciados por las líneas de investigación de los investigadores que intentaron usar el constructo contexto. Por ejemplo, *historia encubierta* es un término que se usa generalmente en Matemática en problemas simples (i.e. word-problems). Por el contrario, el término *contenido temático* se emplea con frecuencia en estudios de cognición relacionados con el contexto del problema, mientras que el término *situación* se utiliza cuando los problemas matemáticos están integrados en contextos del mundo real. En efecto, la medición internacional PISA-Matemática utiliza indistintamente *situación* como *contexto* (Stacey, 2015). Por último, el término *entorno* se usa específicamente para referirse a los sitios físicos del mundo real (e.g. una fábrica) en los que tienen lugar actividades humanas (Lave, 1988). En este trabajo, el *contexto* de un problema matemático

⁴ Término original en inglés *cover story*.

⁵ Término original en inglés *thematic content*.

⁶ Término original en inglés *situation*.

⁷ Término original en inglés *setting*.

se usará específicamente para conectar el mundo real (i.e. extra-matemática) con la Matemática (i.e. intra-matemática). Por lo tanto, y para los fines de este trabajo, se requiere una definición operativa del significado de *contexto* de un problema matemático. En consecuencia, el *contexto* (de problema matemático) se define de la siguiente manera:

El contexto de un problema matemático es la información que está escrita en un problema matemático y que también puede inferirse de lo escrito. Esta información puede ser necesaria o innecesaria para la resolución del problema, pero es independiente de la sintaxis y del estímulo del problema. (Almuna, 2017, p.270)

Para aclarar y ejemplificar esta definición, considere el siguiente problema de modelamiento matemático con un contexto real.

Figura 1 Ejemplo de un contexto de problema

Hay algunos lagos en el mundo que están secos la mayor parte del tiempo, llenándose solo por periodos inmediatamente después de la lluvia. En Chile, el lago Cachet II, ubicado en la Región de Aysén, es un ejemplo de uno de estos lagos. Cuando el lecho de este lago seco se llena de agua, ¿determine con qué rapidez se vaciará el lago nuevamente?

Adaptado de Henry and McAuliffe (1994, p. 42).

Para resolver el problema presentado en Figura 1, se necesita información relevante proveniente del contexto del problema. Es decir, el estudiante debe interactuar con el contexto para integrar información adicional al proceso de formulación del problema en términos matemáticos. En este ejemplo del lago Cachet II, información adicional es: (i) tamaño, forma y profundidad del lecho del lago, y área superficial del agua, (ii) tasa de evaporación (temperatura del agua y del ambiente), (iii) tasa de filtración, (iv) tasa de lluvia (v) la salinidad y (vi) la tasa de escurrimiento, si las hay, es necesaria para resolver el problema. Luego, se necesita un modelo geométrico apropiado (e.g. podría ser un cilindro o un cono achatado) para resolver este problema matemáticamente. En el ejemplo anterior, la disposición física y visual del problema presentado en Figura 1 proporciona el estímulo, mientras que la sintaxis se refiere a aspectos del texto, como el

hecho de que se compone de cuatro oraciones con una estructura gramatical razonablemente simple para un estudiante universitario.

Implícitamente se ha dado un entendimiento de *modelo matemático* en la definición de anterior de *contexto*. No obstante, hipotetizamos que una definición explícita es necesaria en este trabajo, ya que *modelo matemático* tiene distintas interpretaciones. En este trabajo *modelo matemático* es definido desde su concepción clásica, es decir, como una representación matemática adecuada del enunciado del problema en un contexto del mundo real en la cual los estudiantes deben reconocer y emplear un modelo de una Ecuación Diferencial de Primer Orden para resolver un problema real en términos estrictamente matemáticos. Destacamos que la definición proporcionada de *modelo matemático* no debe ser confundida con *matematización* ni con la *competencia de modelamiento matemático*, las cuales consideramos fundamentales, pero no están relacionadas con el foco de este trabajo, que es la corroboración empírica de una Ecuación Diferencial de Ordinaria de primer orden.

Además, en este trabajo se entenderá, además, por contexto *propio familiar* por experiencias propias previas de los estudiantes universitarios (dentro o fuera del contexto universitario). En este sentido, la experiencia de un estudiante no necesariamente se entiende como algo que puede suceder día a día, sino como algo que puede experimentar un estudiante en algún punto del tiempo (exposición directa o indirecta a un contexto). No obstante, la familiaridad de los contextos propios debe ser ampliamente compartida entre los estudiantes (e.g. desayunar) al menos de experiencias vicarias en el caso de no haber experimentado un contexto propio familiar (e.g. *yo no soy vegano, pero sé que es lo que implica ser vegano*).

Por último, pero no menos importante, en este trabajo se entenderá como una corroboración empírica en aula, a la corroboración de la solución de una Ecuación Diferencial de Ordinaria de primer orden que represente un problema en un contexto propio familiar determinado por los estudiantes (e.g. preparación de café, enfriamiento de una empanada, crecimiento de levadura) frente a los compañeros y docente de asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

2.2 Algunos argumentos para usar problemas matemáticos en contextos.

Algunos argumentos teóricos sobre por qué problemas en contexto deberían usarse en Matemática se presentan a continuación:

- (i) Argumento formativo: El énfasis se pone en la aplicación de la Matemática en contextos como un medio para desarrollar competencias genéricas, y actitudes orientadas a fomentar competencias creativas y de resolución de problemas, así como “apertura mental, confianza en sí mismo y confianza en los estudiantes” (Blum & Niss, 1991, p. 42).
- (ii) El argumento de la competencia crítica: Este argumento resalta la importancia de preparar a los estudiantes matemáticamente para que puedan "ver y juzgar de forma independiente, al igual que reconocer, comprender, analizar y evaluar ejemplos representativos de los usos de la Matemática, incluidas soluciones a problemas socialmente significativos" (Blum & Niss, 1991, p. 43).
- (iii) El argumento de la utilidad: Los problemas en contexto pueden mejorar la transferencia de la Matemática a otros contextos. Pueden aumentar la posibilidad de que los estudiantes apliquen la Matemática que habían aprendido en el sistema escolar obligatorio a otras áreas en estudios

posteriores, contextos cotidianos o empleos futuros. La Matemática se considera bajo este argumento como un tema de servicio o un tema de interés instrumental (Helme, 1994).

- (iv) Argumento de la imagen de la Matemática: Este argumento resalta la importancia de proporcionar a los estudiantes una imagen rica y completa de la Matemática en todas sus facetas, “como ciencia, como campo de actividad en la sociedad y la cultura” (Blum & Niss, 1991, p, 43). Es decir, la Matemática en contexto refleja la naturaleza de esta ciencia como actividad humana (van den Heuvel-Panhuizen, 2005).
- (v) Argumento de la promoción del aprendizaje matemático: Este argumento consiste en que la Matemática en contexto es adecuada para favorecer a los estudiantes a “adquirir, aprender y mantener conceptos, nociones, métodos y resultados matemáticos, al proporcionar motivación y relevancia para los estudios matemáticos” (Blum & Niss, 1991, p. 44) contribuyendo a instruir a los estudiantes que pueden pensar matemáticamente dentro y fuera del campo de la Matemática pura.
- (vi) Argumento del uso de la Matemática en contextos reales: El uso de contextos puede ayudar a superar la percepción común de las Matemática como un "cuerpo de conocimiento remoto" (Boaler, 1993, p. 13) sin conexión con el mundo real. Los problemas matemáticos en contextos del mundo real pueden permitir a los estudiantes comprender la conexión entre la Matemática y el mundo real (Felton, 2010, p. 61), destacando que la Matemática tiene un significado relevante en el mundo real.

- (vii) El argumento del efecto halo: Por último, pero no menos importante, Stacey y Pierce (2006) demostraron que algunos profesores utilizan contextos que atraen a los estudiantes (e.g. un problema sobre una mascota) para mejorar la actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Matemática al asociar el tema de estudio con cosas/situaciones agradables.

Este breve resumen—basado en influencias teóricas sociales y cognitivas—destaca los beneficios de usar contextos en Matemática. Sin embargo, la influencia del contexto real en problemas matemáticos es un asunto que no se puede ignorar, sobre todo en lo que respecta a la familiaridad del contexto, pues como se manifiesta brevemente en la siguiente sub-sección, ya que este puede afectar el desempeño de los estudiantes de forma positiva o negativa.

2.3 El rol de la familiaridad del contexto en el desempeño estudiantil

La introducción de mediciones educacionales a gran escala en los Estados Unidos y los nuevos enfoques para el análisis y la interpretación de los datos permitieron revisar la influencia de la familiaridad del contexto en el desempeño estudiantil. Hembree (1992), por ejemplo, realizó un meta-análisis de cuarenta y cuatro estudios, que incluyó a estudiantes estadounidenses de enseñanza básica hasta universitaria, en el que el contexto del problema difería en términos: (i) abstractos (utilizando expresiones algebraicas y aritméticas) vs. contextos concretos (que involucran un mundo real y objetos), (ii) hechos reales vs. hipotéticos, (iii) contextos familiares vs. contextos no familiares, y (iv) contextos irreales (utilizando contextos fantásticos o desconocidos) vs. personalizados (utilizando los propios intereses y características de los estudiantes). Cabe destacar que todos los

problemas usados en los contrastes de contexto fueron matemáticamente isomorfos. Los resultados del meta-análisis mostraron que un mejor desempeño fue estadísticamente significativo y estadísticamente asociado con contextos familiares vs. no familiares (relación que favorece la familiaridad del contexto), mientras que los efectos medios con significación estadística se asociaron en las categorías (i) y (ii), mientras que no se encontraron efectos de contexto en la categoría (iv) (Hembree, 1992).

Chipman (et al., 1991) en un estudio metodológicamente robusto analizaron la forma en que el contexto de los problemas podría afectar la resolución de problemas matemáticos en el desempeño de los estudiantes ($n = 256$) en una universidad estadounidense. Sesenta y cuatro problemas de álgebra se clasificaron en cuatro grupos de contextos diferentes en función de su (i) género (masculinos o femeninos), (ii) familiaridad y no-familiaridad. Una de las hipótesis de este estudio era que los estudiantes podrían verse afectados negativamente por contextos no-familiares. Esta hipótesis fue corroborada estadísticamente, pero el efecto fue pequeño en magnitud. Un estudio clásico en la familiaridad del contexto es *Mathematics in the Streets and in the Schools*. En Carraher y Schliemann (1985), cinco niños vendedores ambulantes brasileños (de 9 a 15 años) resolvieron correctamente un problema matemático presentado en su contexto de ventas (i.e. mundo real), mientras que sus resultados en un problema matemáticamente isomorfo, pero presentado en un contexto escolar (i.e. mundo escolar), estos estudiantes obtuvieron resultados menos correctos. A partir de este estudio, Carraher et al., (1985) dedujeron que los estudiantes podrían beneficiarse de contextos diseñados para activar su propio conocimiento del mundo real.

Lo anteriormente reportado, muestra de forma muy general el efecto diferencial de la familiaridad del contexto, ya que este puede ser positivo o negativo. En este sentido,

la literatura de investigación anterior sugiere que tiene sentido considerar que la evidencia "indica que no se puede decir nada firme sobre la familiaridad del contexto de la relación con la tasa de éxito" (de Lange, 2007, p. 1119).

3. MATERIALES Y MÉTODOS

El curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) de la carrera de Ingeniería Civil Industrial (ICI) de la Universidad Austral de Chile (UACH), Sede Puerto Montt, contempla una parte de su programa de asignatura los problemas de modelamiento, usando EDO de primer orden. En esta parte del programa, generalmente es desarrollado de manera teórica resolviendo problemas de planteo propuestos usados habitualmente en los textos de estudios de esta asignatura (e.g. mezclas de H_2O y $NaCl$, crecimiento bacteriano y crecimiento poblacional). No obstante, en el curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias del semestre 2 del año 2018, se contempló, además, la corroboración de las soluciones de ecuaciones diferenciales de primer orden (EDO) de forma empírica en aula. La hipótesis que guió esta decisión se basó en los argumentos planteados en sección 2.2, y en que los estudiantes de asignatura se apropiaran desde sus contextos propios familiares de los conceptos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden abordados en la asignatura. En esta versión del curso, se analizaron de forma tradicional (i.e. resolviendo listados de problemas) cómo algunos contextos (e.g. crecimiento poblacional, ley de enfriamiento y problemas de mezclas) son propicios para la aplicación de problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden. Posteriormente, como parte de la primera calificación de la asignatura, los estudiantes crearon y corroboraron empíricamente —usando un contexto propio familiar— un problema el cual contempló un modelamiento de una Ecuación Diferencial de Primer Orden de primer orden. Para ello, los estudiantes

formaron tres grupos de trabajo ($n_1 = n_2 = n_3 = 5$), para realizar esta actividad en tres clases. Con la guía del docente de asignatura, las tres clases destinadas a corroboración empírica se efectuaron de la siguiente manera: en la primera clase, los estudiantes discutieron acerca de la factibilidad de los contextos que podrían usar para la corroboración. En la segunda clase, los estudiantes, en general, eligieron un contexto propio familiar que usaron para comprobar el problema del mundo real escogido en aula. Los contextos elegidos por los grupos fueron, a saber: (i) filtración de una mezcla de café con agua, (ii) enfriamiento de una empanada, (iii) crecimiento de levadura. En este sentido, se esperaba que a través del problema, y usando un contexto propio familiar, los estudiantes fueran capaces de identificar las variables involucradas, sus relaciones y otras condiciones adicionales que pudieran existir para resolver una modelación de Ecuación Diferencial Ordinaria de Primer Orden en contexto. En términos generales para la corroboración empírica, los estudiantes consideraron los siguientes pasos: (i) Identificar las variables y sus relaciones, (ii) Construir la Ecuación Diferencial de Primer Orden que modela la situación, (iii) Determinar la solución general de la Ecuación Diferencial de Primer Orden, (iv) De existir condiciones adicionales, ajustar las constantes. En la tercera clase, los estudiantes expusieron el porqué del contexto elegido y como se relacionaba con una Ecuación Diferencial de Primer Orden de primer orden. Luego, se procedió a la comprobación empírica. Para ello, cada grupo escribió en la pizarra la Ecuación Diferencial Ordinaria de Primer Orden que representaba la problemática en contexto y procedieron a resolverla de forma escrita. Paralelamente, el resto de los integrantes de cada grupo procedió a la comprobación empírica de la resolución de la ecuación escrita en la pizarra. Por ejemplo, para la resolución de la Ecuación Diferencial Ordinaria de Primer Orden que contemplaba la medición de la temperatura de una empanada (en un tiempo $t_1 = 5$ min) desde un tiempo

inicial t_0 (en minutos) los estudiantes midieron la temperatura ambiente además de tomar la temperatura de la empanada con un termómetro láser y luego realizaron las mediciones de temperatura en $t = t_1$ para comprobar que la solución de la Ecuación Diferencial de Primer Orden en la pizarra en $t = t_1$ se comprobaba con la experimentación en aula (ver Figura 2).

Figura 2 Experimento de enfriamiento de una empanada



Luego del experimento, se realizó una pequeña encuesta anónima a los estudiantes con el fin de analizar su percepción con respecto a esta estrategia de aprendizaje. La encuesta de percepción constó de cuatro preguntas abiertas, a saber: (i) Explique con sus propias palabras el modelo matemático y el contexto familiar que a Ud. eligió. Expliqué por qué eligió este contexto, (ii) ¿Considera que fue útil esta actividad para comprender los modelos matemáticos estudiados en este curso?, (iii) ¿Considera que es relevante realizar este tipo de actividades en los cursos matemáticos de su formación?, (iv) ¿Qué beneficios considera que esta actividad le ha proporcionado para su aprendizaje?.

El análisis de los resultados de la encuesta y la presentación de modelos presentados por los estudiantes se presentan en la siguiente sección.

4. RESULTADOS

Quince estudiantes que realizaron esta actividad presentaron tres contextos propios familiares para realizar la comparación entre la solución de la Ecuación Diferencial Ordinaria y la comprobación en aula (i.e. teoría vs. experimento). Los contextos presentados por los estudiantes fueron: (i) filtración de una mezcla de café con agua, para representar un problema de mezclas, (ii) enfriamiento de una empanada, para representar la ley de enfriamiento, y (iii) crecimiento de la levadura en un ambiente propicio para representar un crecimiento poblacional bacteriano. En esta sección se reporta la tercera experiencia de crecimiento poblacional bacteriano. En este sentido, para el docente de esta asignatura fue de especial interés el contexto de levadura para representar un crecimiento poblacional bacteriano. Ya que, los estudiantes usaron un contexto propio familiar (i.e. las madres de los estudiantes del grupo elaboran diariamente pan casero para consumo familiar), para crear un problema que consistió en medir el tiempo necesario para duplicar una cantidad inicial de levadura, identificando las variables y sus relaciones (i.e. cantidad de tiempo transcurrido, cantidad de levadura en función del tiempo y constante de proporcionalidad) para luego construir y resolver la Ecuación Diferencial Ordinaria que modela la situación (ver Figura 3). En la comprobación en aula, los estudiantes llevaron una cantidad inicial de levadura, agua tibia y azúcar, mezclando posteriormente en un contenedor precipitado el agua con la azúcar para obtener un ambiente propicio para el crecimiento de la levadura. Luego, los estudiantes agregaron levadura a la mezcla, y

midieron el tiempo en que la cantidad inicial de mezcla demoró en duplicarse. Mientras que esto ocurría, paralelamente los estudiantes explicaron en la pizarra al docente y sus compañeros la solución teórica de la representación, utilizando el modelo de crecimiento poblacional (ver Figura 3). El resultado del modelo arrojó que, en 8,6 min, la mezcla inicial se duplicaría. La verificación en aula fue cercana a la solución del modelo de crecimiento poblacional de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden, dado que el error fue considerado como menor (error de comprobación +5 seg.). Bajo este parámetro de error de comprobación, este experimento fue considerado exitoso.

Figura 3 Solución de una EDO en un contexto familiar propio (levadura)

t = tiempo transcurrido.
 $P(t)$ = cantidad de levadura en un tiempo t .
 k = constante de proporcionalidad

$$\frac{\partial P(t)}{\partial t} = k \cdot P(t)$$

$$\frac{\partial P(t)}{P(t)} = k \cdot dt \quad \bigg| \int$$

$$\int \frac{\partial P(t)}{P(t)} = \int k \cdot dt$$

$$\ln p = k \cdot t + C \quad | ^e$$

$$e^{\ln p} = e^{k \cdot t} \cdot e^C$$

$$p = C \cdot e^{k \cdot t}$$

Si $t = 0$

$$\Rightarrow P(0) = C \cdot e^{k \cdot 0}$$

$$P(0) = C = N_0 \text{ (cantidad inicial)}$$

$$\Rightarrow P(t) = N_0 \cdot e^{k \cdot t}$$

Si $t = 5$

$$\Rightarrow p(5) = 1,5 \cdot N_0$$

$$1,5 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{k \cdot 5}$$

$$1,5 = e^{k \cdot 5} \quad | \ln$$

$$\ln 1,5 = k \cdot 5$$

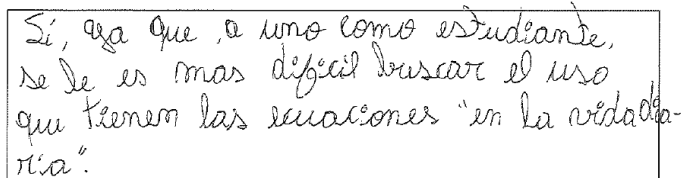
$$\frac{\ln 1,5}{5} = k$$

$$0,08 = k$$

$t = ? \quad P = 2N_0$
 $2N_0 = N_0 \cdot e^{0,08 \cdot t}$
 $2 = e^{0,08 \cdot t} \quad | \ln$
 $\ln 2 = 0,08 \cdot t$
 $\frac{\ln 2}{0,08} = t$
 $8,6m = t$

En lo que respecta al análisis cualitativo de las respuestas de los estudiantes en la encuesta de percepción de esta experiencia dan cuenta, en general, que los estudiantes valoran la transferencia de la Matemática a la realidad. Lo anterior, se evidencia en la siguiente respuesta de un estudiante participante en esta actividad (ver Figura 4).

Figura 4 Extracto de una respuesta de un estudiante participante con respecto a transferencia



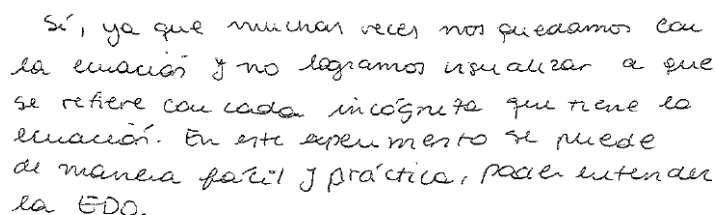
Sí, ya que a uno como estudiante, se le es mas difícil buscar el uso que tienen las ecuaciones "en la vida diaria".

Respuesta escrita del estudiante en esta figura:

Sí, ya que a uno como estudiante se le es mas [sic] difícil [sic] buscar el uso que tienen las ecuaciones en la vida diaria.

Además, los estudiantes también estiman la importancia del uso de contexto para dar sentido a la comprensión del modelo matemático usado en la actividad (ver Figura 5).

Figura 5 Extracto de una respuesta de un estudiante participante con respecto al sentido del modelo usado



Sí, ya que muchas veces nos quedamos con la ecuación y no logramos visualizar a que se refiere con cada incógnita que tiene la ecuación. En este experimento se puede de manera fácil y práctica, poder entender la EDO.

Respuesta escrita del estudiante en esta figura:

Sí, ya que muchas veces nos quedamos con la ecuación y no logramos visualizar a que se refiere con cada incógnita que tiene la ecuación. En este experimento se puede de manera fácil y práctica poder entender la EDO.

4. COMENTARIOS FINALES

Este trabajo contempló una experiencia de aula en donde estudiantes escogieron un contexto propio familiar —diferente a los usados habitualmente en los textos de estudios de esta asignatura (e.g. mezclas de H_2O y $NaCl$, crecimiento poblacional)— para representar y corroborar modelos matemáticos de primer orden. En esta experiencia de

aula, se utilizó un alto nivel de familiaridad permitiendo que los estudiantes presentaran un contexto propio familiar para la corroboración en aula de un modelo de Ecuación Diferencial Ordinaria. A partir de lo anterior, es posible hipotetizar que la experiencia de vida de los estudiantes, entendida en este trabajo como contexto propio familiar, podría influir en la activación del conocimiento del mundo real para comprender conceptos de modelamiento de Ecuación Diferencial Ordinaria de primer orden. Además, el resultado de esta experiencia de aula en estudiantes de Ingeniería está en línea con algunos de los argumentos teóricos del uso de problemas matemáticos en contexto (ver 2.2) y principios en STEM. En este sentido, la evidencia cualitativa presentada, da cuenta del potencial de que los estudiantes apreciaran en aula, no tan solo la comprobación de un modelo de Ecuación Diferencial Ordinaria de primer orden, sino que también favoreció al entendimiento de la resolución de una Ecuación Diferencial Ordinaria de primer orden; en efecto, los estudiantes dieron cuenta de la relación entre la comprobación empírica y la comprensión de una resolución de una Ecuación Diferencial Ordinaria (ver Figura 4 y Figura 5). Por otro lado, aunque los autores de este trabajo no analizaron el uso de contexto por parte de los estudiantes, evidencia anecdotal recabada de esta experiencia de aula, permitió hipotetizar que el uso de un contexto propio familiar para la corroboración en aula de una Ecuación Diferencial Ordinaria favoreció a que el contexto en que se inserta la resolución de una Ecuación Diferencial Ordinaria de primer orden fuese tratado no como una adición al problema, sino como un aspecto que permitió que los estudiantes comprobaran la resolución de la Ecuación Diferencial Ordinaria de primer orden como ejercicio teórico. Destacamos esto, ya que el uso del contexto en la resolución de un problema real, debería ser abordado por docentes de forma que se propicie una transferencia entre el mundo real y el mundo matemático. La literatura en Educación

Matemática ha destacado que esta transferencia no es inmediata y los estudiantes deben ser instruidos en realizar estas transferencias desde lo extra-matemático a lo intra-matemático (ver Stillman, 2002).

En consecuencia, esta forma de trabajo en esta asignatura podría impactar en que los estudiantes se favorezcan en la comprensión de resolución de Ecuación Diferencial Ordinaria de primer orden no desde el punto de vista de la resolución de un algoritmo, pero si desde el punto de vista conceptual. Se espera realizar en la versión 2019 de este curso, un análisis estadístico que permita corroborar la hipótesis de que contextos propios familiares pueden ser un factor que facilita la comprensión conceptual del modelamiento de una Ecuación Diferencial Ordinaria de primer orden.

REFERENCIAS

- Almuna, F. (2017). The role of context and context familiarity on mathematics problems. *RELIME*, 20(3), 265-292.
- Almuna, F. (2010). *Investigating the effect of item-context on students' performance on Mathematics items*. Master's thesis. The University of Melbourne. Available from University of Melbourne's Catalogue (<http://hdl.handle.net/11343/36236>).
- Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority. (2012). Australian curriculum, mathematics scope and sequence. Consultado el 3 de junio 2019 de <http://www.australiancurriculum.edu.au/mathematics/content-structure>
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects — State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68. doi: 10.1007/bf00302716
- Boaler, J. (1993). Encouraging the transfer of 'school' mathematics to the 'real world' through the integration of process and content, context and culture. *Educational Studies in Mathematics*, 4, 341-373. doi: 10.2307/3482761
- Boaler, J. (1994). When do girls prefer football to fashion? An analysis of female underachievement in relation to 'realistic' mathematic contexts. *British Educational Research Journal* (5), 551-564. doi: 10.2307/1500676
- Busse, A. (2005). Individual ways of dealing with the context of realistic tasks—First steps towards a typology. *ZDM*, 37(5), 354-360. doi: 10.1007/s11858-005-0023-3
- Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3(1), 21-29. doi: 10.1111/j.2044-835X.1985.tb00951.x
- Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62(2), 211-230. doi: 10.1007/s10649-006-7834-1
- Chipman, S. F., Marshall, S. P., & Scott, P. A. (1991). Content effects on word problem performance: A possible source of test bias? *American Educational Research Journal*, 28(4), 897-915. doi: 10.3102/00028312028004897
- Clark, R., Nguyen F., & Sweller, J. (2011). Efficiency in learning: Evidence-based guidelines to manage cognitive load. San Francisco, CA: Pfeiffer.
- de Lange, J. (2007). Large-Scale assessment and mathematics education. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 1111-1142). Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc.
- Department for Education UK. (2013). New maths qualifications to boost numbers studying maths to age 18. Retrieved January 23, 2015, from <https://www.gov.uk/government/news/new-maths-qualifications-to-boost-numbers-studying-maths-to-age-18>
- Glenberg, A. M., Gutierrez, T., Levin, J. R., Japuntich, S., & Kaschak, M. P. (2004). Activity and imagined activity can enhance young children's reading comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 96(3), 424-436. doi: 10.1037/0033-295x.95.2.163
- Helme, S. (1994). *Mathematics embedded in context: The role of task context in performance, task perceptions and the solution methods of adult women students*. Master's thesis, Australian Catholic University, Melbourne.

- Hembree, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 242-273. doi: 10.2307/749120
- Henry, M., & McAuliffe, R. (1994). *Mathstralia*. Melbourne: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Lane, S. (2004). Validity of high-stakes assessment: Are students engaged in complex thinking? *Educational Measurement: Issues and Practice*, 23(3), 6-14. doi: 10.1111/j.1745-3992.2004.tb00160.x
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kotovskiy, K., Hayes, J. R., & Simon, H. A. (1985). Why are some problems hard? Evidence from Tower of Hanoi. *Cognitive Psychology*, 17, 248-294. doi: 10.1016/0010-0285(85)90009-x
- National Council of Teachers of Mathematics. (2011). *Focus in high school mathematics: fostering reasoning and sense making for all students*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ministry of Education Singapore. (2006). Secondary mathematics syllabuses. Consultado el 3 de junio 2019 de <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-secondary.pdf>
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (Vol. 10, pp. 3-32). New York: Springer.
- Organisation for Economic Co-Operation and Development. (2013). PISA 2015 Draft mathematics framework. Consultado el 23 de junio 2019 de, from <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Mathematics%20Framework%20.pdf>
- Pierce, R., & Stacey, K. (2006). Enhancing the image of mathematics by association with simple pleasures from real world contexts. *ZDM*, 38(3), 214-225. doi: 10.1007/bf02652806
- Pollard, P., & Evans, J. (1987). Content and context effects in reasoning. *The American Journal of Psychology*, 100(1), 41-60. doi: 10.2307/1422641
- Ritz, J. M., & Fan, S. C. (2015). STEM and technology education: International state-of-the-art. *International Journal of Technology and Design Education*, 25(4), 429-451.
- Ross, S. M., McCormick, D., & Krisak, N. (1986). Adapting the thematic context of mathematical problems to student interests: Individualized versus group-based strategies. *Journal of Educational Research*, 79(4).
- Säljö, R., & Wyndhamn, J. (1993). Solving everyday problems in the formal setting: An empirical study of the school as context for thought. In S. Chaiklin & J. Lave (Eds.), *Understanding Practice: Perspectives on Activity and Context (Learning in Doing: Social, Cognitive and Computational Perspectives*, pp. 327-342). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511625510.013
- Stacey, K. (2015). The real world and the mathematical world. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy. The PISA experience* (pp. 57-84). Cham: Springer International Publishing.
- Stillman, G. (2002). *Assessing higher order mathematical thinking through applications*. Doctoral dissertation, The University of Queensland, Brisbane.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 25(2), 2-23. doi: 10.2307/40248489